计算物理作业-7

Spring 2026

课程内容:	常微分方程数值求解	**上交方式:**	上传至“学在浙大”
开始时间:	2026/03/25	**截止时间:**	2026/04/01, 24:00

1. **经典受阻尼谐振子 Classic Damped Oscillator**

   经典一维谐振子在粘滞环境中运动，有额外阻力 $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$，那么有它的运动方程为:

   $$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \omega^2\phi + k\frac{d\phi}{dt} = 0$$

   如果物理参数选择 $\omega = 1.0$，时间区间 $t \in \big[0, 100\big]$，请完成:

   (a) 当 $k = 0.1$ 时，用 4 阶 Runge-Kutta 方法数值计算受阻尼谐振子的运动;

   (b) 改变 k 的值，估计当 k 大于多少值时，已经不存在振荡效应?

2. **量子谐振子 Quantum Harmonic Oscillator**

   对于一维的量子谐振子，其哈密顿算符为:

   $$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \tag{1}$$

   通过量纲变换，$\xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$，$\lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}$，其定态薛定谔方程可以写成:

   $$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2)\psi = 0 \tag{2}$$

   根据波函数在无穷远处渐进特征和收敛性，通过将上式转换成 Hermite 方程，我们可以得到其量子化条件:

   $$\lambda = 2n + 1, \quad n = 0, 1, 2, \cdots \tag{3}$$

   那么我们就有最终需要求解的波函数方程:

   $$\frac{d^2u}{dx^2} + (2n + 1 - x^2)u = 0, \qquad n = 0, 1, 2, \cdots \tag{4}$$

   选择位置区间 $x \in \big[-7, 7\big]$，对于不同的能级 $(n = 1, 2, 5, 10, 15)$:

   (a) 试用四阶 Runge-Kutta 方法分别求解 (4) 并画图;

   (b) 画出概率密度分布的形状 u^2，随着 n 的增大，分析量子谐振子与经典谐振子的特点。(经典谐振子在不同位置处出现的概率分布: $\rho(x) \propto \frac{1}{\sqrt{2n+1-x^2}}$)